

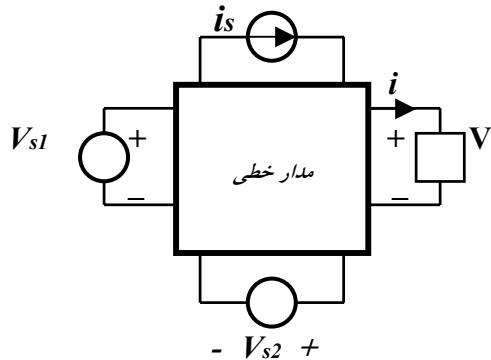
آزمایش اول :

بررسی قضایای جمع آثار ، تونن - نورتن و انتقال توان ماکزیمم در مدارهای مقاومتی

الف) تئوری :

۱- قضیه جمع آثار (super position) :

در یک مدار خطی که بیش از یک منبع مستقل وجود دارد، پاسخ در هر نقطه از مدار مساوی حاصل جمع پاسخهایی است که نتیجه به تنهایی عمل کردن هر منبع می باشد، بنابراین اگر بخواهیم از قضیه جمع آثار برای محاسبه یکی از متغیرهای مدار استفاده کنیم ابتدا یکی از منابع مستقل را فعال در نظر گرفته و بقیه منابع را خنثی در نظر می گیریم و پاسخ را محاسبه کرده و این عمل را برای تمام منابع مستقل انجام می دهیم. در نهایت پاسخ مدار مجموع پاسخهای منابع مستقل مختلف می باشد.

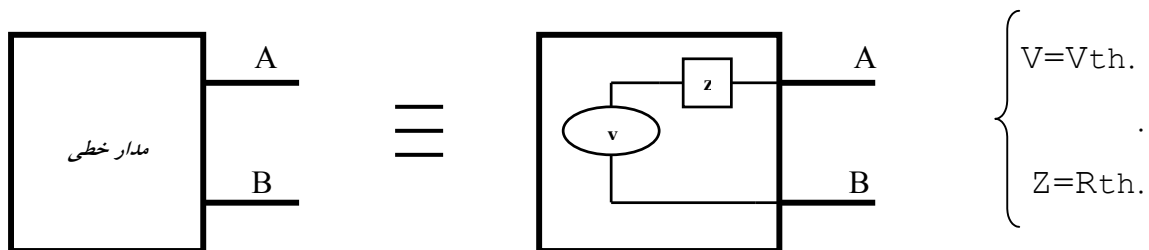


$$V = V(\text{اثر } i_s) + V(\text{اثر } v_{s1}) + V(\text{اثر } v_{s2}) \text{ کل}$$

$$I = I(\text{اثر } i_s) + I(\text{اثر } v_{s1}) + I(\text{اثر } v_{s2}) \text{ کل}$$

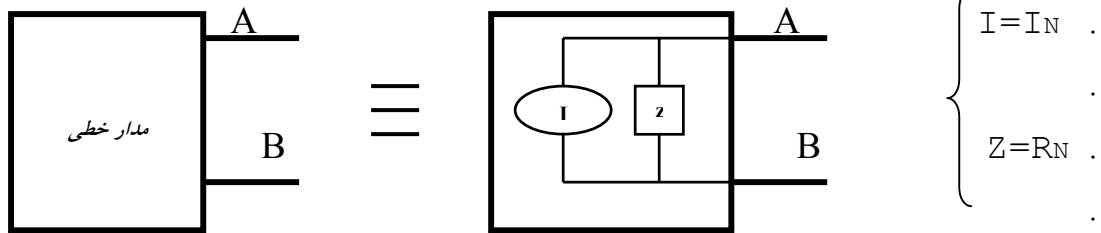
۲- قضایای تونن و نورتن :

بر اساس قضیه تونن هر مدار خطی را می توان با یک منبع ولتاژ V و یک مقاومت سری با منبع ولتاژ جایگزین کرد.



برای بدست آوردن ولتاژ V باید ولتاژ بین نقاط A و B محاسبه شود. برای محاسبه Z باید ابتدا تمام منابع مستقل مدار را صفر کرده (منابع ولتاژ را اتصال کوتاه و منابع جریان را مدار باز می کنیم) و سپس مقاومت بین نقاط A و B را محاسبه می نمایم .

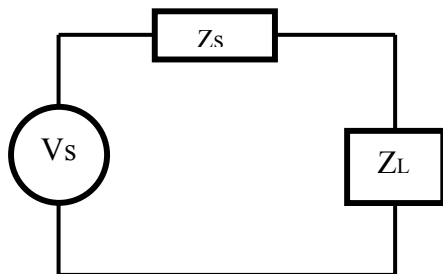
بر اساس تئوری نورتن هر مدار خطی را می توان با یک مقاومت موازی با یک منبع جریان I معادل قرار داد.



برای بدست آوردن جریان I دو سر A و B را به هم وصل کرده و جریان عبوری را محاسبه کرده که برابر با جریان نورتن خواهد بود. برای بدست آوردن مقاومت از روش تونن استفاده می کنیم ، با توجه به اینکه دو مدار معادل تونن - نورتن برای مدار مشترک خطی تغییر نا پذیر با زمان میباشد بنابراین خواهیم داشت. $Z = R_{th} = R_N$, $I_N = V_{th} / Z$ \Rightarrow $V_{AB} = V = I \cdot Z$

۳- قضیه انتقال توان ماکزیمم :

مداری که انتقال توان از یک منبع به یک بار را نشان می دهد به صورت شکل زیر است .

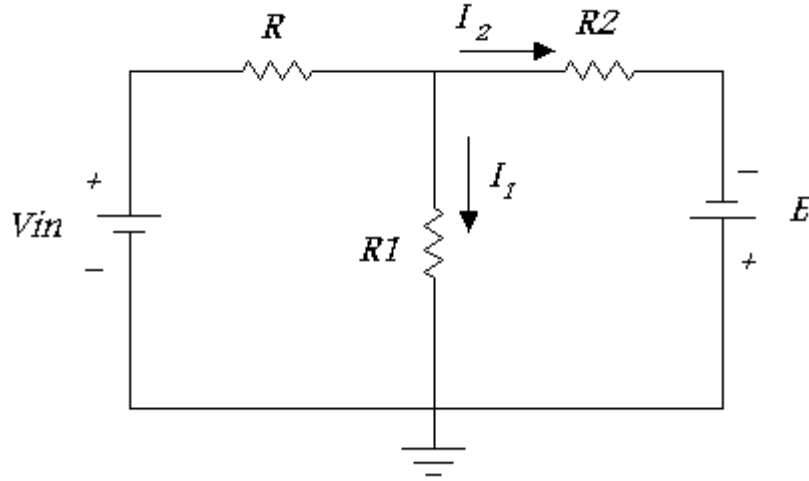


بعنوان مثال ممکن است منظور طرح طبقه اول یک دستگاه رادارویا تلسکوپ رادیویی باشد. منبع ولتاژ V_S امواج الکترومغناطیسی ورودی را نشان می دهد و امپدانس Z_S ، امپدانس فضای آزاد ، کابلها ، موج برها وغیره است که به مرحله اول منتهی می شود. مساله انتخاب

بهترین امپدانس ورودی Z_L برای طبقه اول است بطوریکه بالاترین توان ممکن به این طبقه تحویل داده شود. قضیه انتقال توان ماکزیمم بیان می دارد که "ماکزیمم مقدار توان داده شده به بار زمانی رخ می دهد که $Z_L = Z_S$ باشد".

ب) کار در آزمایشگاه :

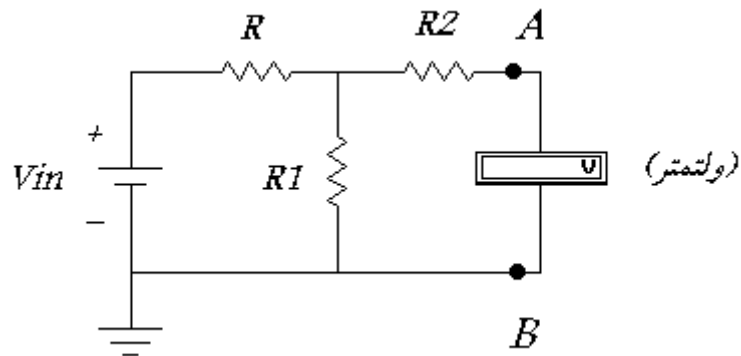
۱- مدار مقاومتی شکل زیر را با مقادیر زیر را ببندید:



$$R1=5.6k\Omega , R2=2.2k\Omega , R=1k\Omega , Vin=5volt , E=3volt$$

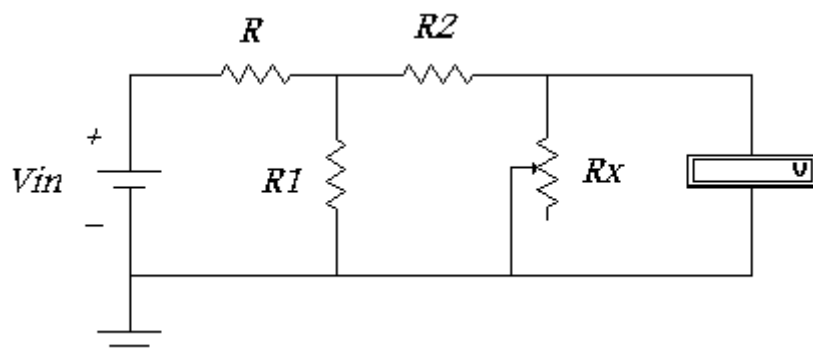
جریانهای I_1 و I_2 را اندازه گیری نموده، سپس یکبار منبع ۳ ولتی و بار دیگر منبع ۱/۵ ولتی را غیر فعال کرده و جریانهای I_1 و I_2 را بطور مجزا اندازه گرفته و در مورد قضیه جمع آثار تحقیق کنید.

۲- مدار شکل زیر را ببندید و ولتاژ مدار باز V_{OC} را اندازه گیری نمایید.



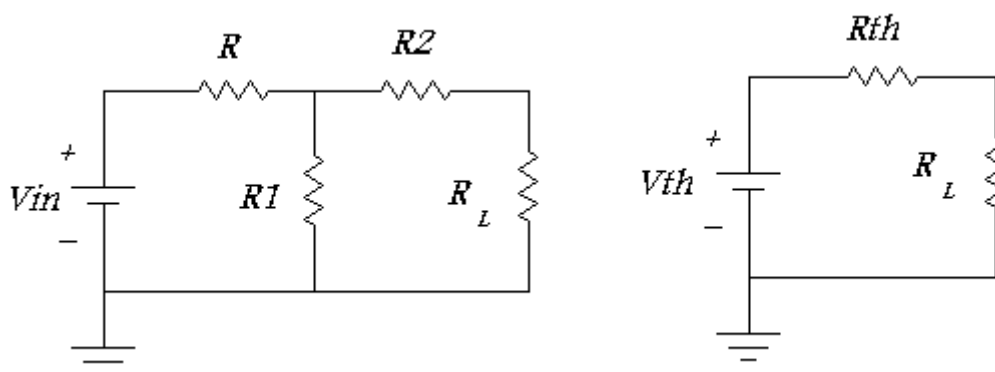
$$V_{oc} = V_{th} \quad R1=10k\Omega \quad R=R2=3.3k\Omega \quad Vin=15volt$$

۳- مدار شکل زیر را ببندید و مقاومت متغییر را طوری تنظیم کنید که ولت‌متر نصف مقدار اندازه‌گیری مدار قبلی را نشان دهد. در این صورت $R_x = R_{th}$ خواهد بود.



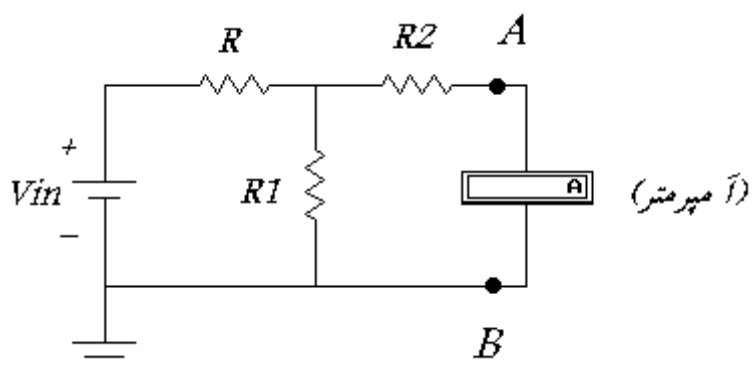
$$R_x = 10k\Omega \quad R_1 = 10k\Omega \quad R = R_2 = 3.3k\Omega \quad V_{in} = 15\text{volt}$$

۴- با اندازه‌گیری جریان و ولتاژ مقاومت R_L (که به دلخواه انتخاب می‌کنید) در دو مدار زیر نشان دهید که دو مدار با هم معادل هستند.



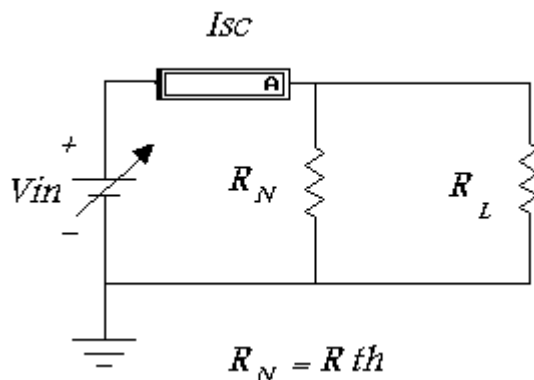
$$R_1 = 10k\Omega \quad R = R_2 = 3.3k\Omega \quad V_{in} = 15\text{volt}$$

۵- مدار شکل زیر را ببندید و جریان اتصال کوتاه ISC را اندازه بگیرید.

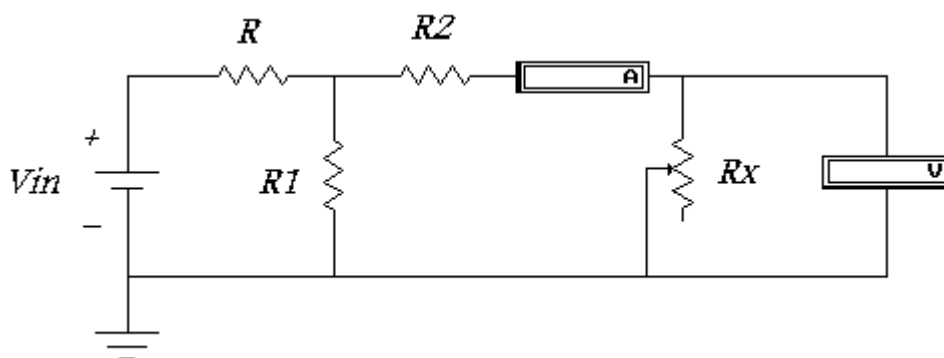


$$I_{sc} = I_N \quad R_1 = 10k\Omega \quad R = R_2 = 3.3k\Omega \quad V_{in} = 15\text{volt}$$

۶- در مدار شکل زیر منبع ولتاژ متغییر را طوری تنظیم کنید که جریان آمپر متر برابر I_{SC} اندازه گرفته شده در قسمت قبلی باشد، سپس با اندازه گیری جریان و ولتاژ مقاومت R_L نشان دهید که این مدار نیز معادل مدارات قسمت ۴ می باشد.



۷- مدار شکل زیر را ببینید :



$$R_x = 10k\Omega \quad R_1 = 10k\Omega \quad R = R_2 = 3.3k\Omega \quad V_{in} = 15\text{volt}$$

جریان عبوری و ولتاژ دو سر متغییر را برای مقادیر مختلف مقاومت R_x بدست آورید و منحنی $P = f(R_x)$ را رسم کنید و مقاومتی که برای آن توان ماکزیمم است بدست آورید و راجع به آن توضیح دهید.

ج) سوالات:

- ۱- جریانهای I_1 و I_2 در قسمت ۱ از طریق حل مدار بدست آورده و با مقادیر بدست آمده در آزمایش مقایسه کنید در صورت وجود اختلاف دلیل را توضیح دهید.
- ۲- ولتاژ V_{OC} در بند ۲ را از طریق مقسم ولتاژ پیدا کرده و با مقدار بدست آمده از طریق آزمایش مقایسه نمایید.
- ۳- در بند ۳ دلیل $R_X = R_{th}$ در هنگام نصف دیدن ولتاژ دو سر مقاومت متغیر نسبت به ولتاژ بدست آمده از بند ۲ را اثبات کنید و نتایج را بنویسید.
- ۴- نتایج بند ۴ را درج کرده و از نظر تئوری نتایج را بررسی کنید.
- ۵- جریان I_{SC} بند ۵ را از لحاظ تئوری بدست آورده و نتیجه را مقایسه کنید.
- ۶- روش گفته شده در بند ۶ را ثابت کرده و نتایج را مقایسه کنید.
- ۷- منحنی نمایش $P = f(R_X)$ را رسم کرده و مقدار R_X بهینه را از طریق منحنی بدست آورده ثابت کنید $R_X = R_{th}$ است.

پاسخ مدارهای RL و RC به تحریک پله ای یکنواخت

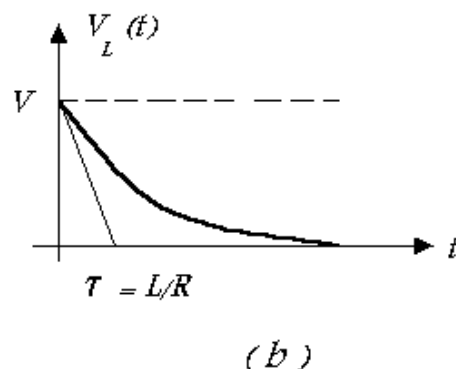
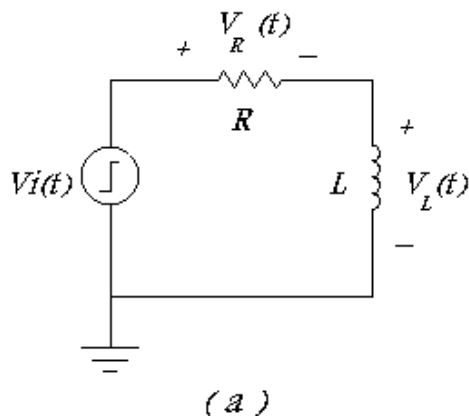
الف) تئوری:

۱- پاسخ مدار RL به تحریک پله ای یکنواخت: شکل (a - 1) یک مدار RL سری با تحریک پله ای یکنواخت را نشان می دهد. فرض می شود این مدار در $t < 0$ در حال آرامش بوده است. ولتاژ دو سر سلف $V_L(t)$ ، که بعنوان پاسخ مدار در نظر گرفته می شود را می توان از طریق حل معادله دیفرانسیل مدار، توأم با شرایط اولیه $i_L(0^-) = 0$ به سهولت محاسبه نمود نتیجه

$$V_L(t) = V e^{(-t/\tau)} u(t) \quad , \quad \tau = L/R \quad (1)$$

عبارتست از:

نمودار تغییرات $V_L(t)$ بر حسب زمان در شکل (b - 1) رسم شده است. همانطوری که ملاحظه می شود، ولتاژ دو سر سلف در لحظه $t=0$ پرشی باندازه V دارد که ناشی از پیوسته بودن جریان سلف در این لحظه می باشد و سپس بطور نمایی با ثابت زمانی $\tau = L/R$ کاهش یافته تا سرانجام به صفر می رسد.



شکل ۱: (a) مدار RL سری با تحریک پله یکنواخت (b) پاسخ به تحریک پله

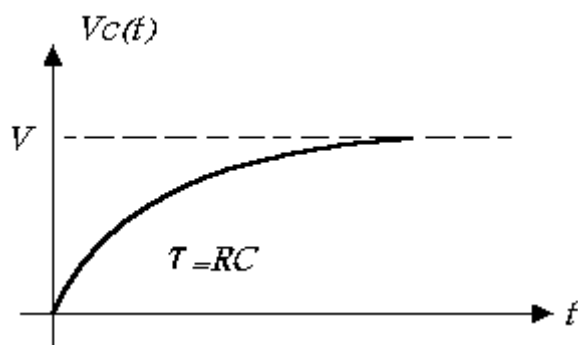
ثابت زمانی مدارهای RL و RC یکی از پارمترهای مهم این مدارها می باشند. در حقیقت با معلوم بودن این پارمتر، تغییرات زمانی پاسخ بین مقادیر اولیه و نهایی آن بطور کامل مشخص میگردد. مقادیر پاسخ در $t=0$ و بینهایت $t \rightarrow \infty$ بترتیب مقدار اولیه و مقدار نهایی پاسخ نامیده می شوند. پس از گذشت زمان τ ، $V_L(t)$ به $1/e$ یا ۳۷ درصد مقدار اولیه اش می رسد. کاهش ولتاژ با زمان ادامه می یابد و به مفهوم دقیق ریاضی مقدار ولتاژ در بینهایت $t \rightarrow \infty$ صفر می شود، لیکن به سادگی از رابطه (۱) می توان دریافت که پس از گذشت زمان $t=5\tau$ ، $V_L(t)$ به $e^{-5} = 0.0067$ یعنی کمتر از ۱٪ مقدار اولیه اش می رسد که برای همه موارد عملی می توان

آن را برابر صفر در نظر گرفت. بنابراین بطور کلی می توان بیان داشت که گذشتن زمانی باندازه پنج برابر ثابت زمانی کافی خواهد بود تا پاسخ مدار RL (همچنین پاسخ مدار RC) به مقدار نهایی خود برسد. یک نکته قابل توجه که ضمن کار در آزمایشگاه باید رعایت شود، این است که مشاهده دائمی پاسخ مدار به تحریک پله ای یکنواخت، بصورتی که در شکل (b-1) نشان داده شده است بکمک اسیلوسکوپ امکانپذیر نیست. (چرا؟) از اینرو به جای تحریک پله از یک موج مربعی متقارن استفاده می شود. حال اگر نیم پریود این موج مربعی بزرگتر از پنج ثابت زمانی مدار مورد آزمایش باشد، پاسخ مدار در طول هر نیم پریود عملاً پاسخ به تحریک پله ای خواهد بود. اگر موج مربعی نامتقارن با پریود $T = T_1 + T_2$ ، $T_1 > T_2$ باید شرط $T_2 > 5\tau$ برقرار باشد تا بتوان از چنین موجی برای مطالعه پاسخ به تحریک پله استفاده نمود.

۲- پاسخ مدار RC به تحریک پله ای یکنواخت: در صورتیکه به جای سلف L در مدار شکل ۱ خازنی با ظرفیت C و ولتاژ اولیه صفر قرار داده شود، ولتاژ دو سر خازن بعنوان پاسخ مدار عبارتست از:

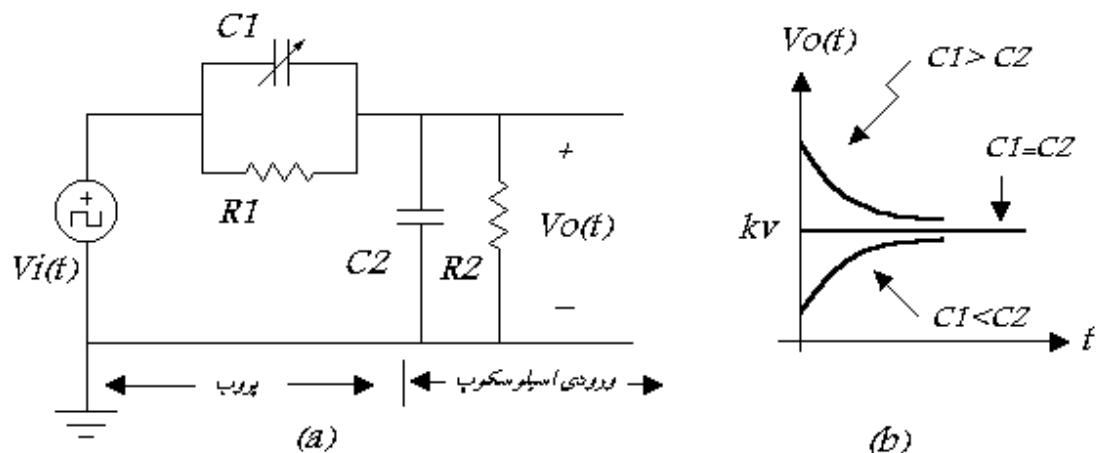
$$V_C(t) = V[1 - e^{(-t/\tau)}]u(t), \quad \tau = RC \quad (2)$$

این پاسخ را می توان از طریق حل معادله دیفرانسیل مدار RC توأم با شرایط اولیه $V_C(0^-) = 0$ بدست آورد. نمودار تغییرات $V_C(t)$ بر حسب زمان در شکل ۲ نشان داده شده است. همانطوریکه ملاحظه می شود ولتاژ خازن در لحظه صفر بر خلاف ولتاژ سلف در مدار شکل ۱، بدون پرش است، و این ناشی از این خاصیت است که برای جریانهای محدود، ولتاژ خازن باید همواره تابعی پیوسته از زمان باشد. ولتاژ خازن بصورت نمایی با ثابت زمانی $\tau = RC$ افزایش می یابد تا سرانجام به مقدار نهایی خود یعنی V برسد. ولتاژ پس از گذشت زمان یک ثابت زمانی به $1 - 1/e$ یا ۶۳ درصد و پس از گذشت 5τ به بیش از ۹۹/۳ درصد مقدار نهایی خود می رسد.



شکل ۲: پاسخ مدار RC به تحریک پله

۳- پروب اسیلوسکوپ : پروب اسیلوسکوپ از یک مدار RC موازی با خازن متغییر تشکیل میشود . از پروب اسیلوسکوپ به منظور تضعیف سیگنال ورودی به اسیلوسکوپ و در نتیجه کاهش دادن جریان ورودی به اسیلوسکوپ می شود، استفاده می شود. برای طرز کار پروب باید مداری را که شامل پروب و ورودی عمودی اسیلوسکوپ ، که بنوبه خود معادل یک مدار RC موازی است ، در نظر گرفت . شکل (۳ - a) ، مدار پروب و ورودی اسیلوسکوپ را نشان میدهد.



شکل ۳

(a) مدار تضعیف کننده RC شامل پروب و ورودی اسیلوسکوپ (b) پاسخ مدار RC به تحریک پله‌ای برای سه حالت

آنچه که باید روی صفحه اسیلوسکوپ دیده شود، عبارت است از ولتاژ ورودی پروب است که فقط بمیزان معینی تضعیف شده و هیچگونه اعوجاجی نداشته باشد. عبارت دیگر بین ولتاژهای $V_o(t)$ و $V_i(t)$ در مدار شکل (۳ - a) باید همواره رابطه $V_o(t) = KV_i(t)$ که در آن K یک ضریب ثابت کوچکتر از واحد است، برقرار باشد. اگر ورودی پروب یک تابع پله یکنواخت باشد، یعنی $V_i(t) = Vu(t)$ می توان نشان داد که ولتاژ خروجی از رابطه زیر بدست می آید:

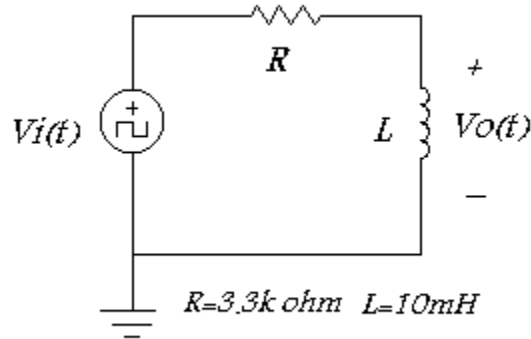
$$V_o(t) = V \left[\frac{R_2}{R_1 + R_2} + \left(\frac{C_1}{C_1 + C_2} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) e^{-\frac{t}{\tau}} \right] u(t), \quad \tau = \frac{R_1 R_2 (C_1 + C_2)}{(R_1 + R_2)} \quad (3)$$

بطوریکه از این رابطه مشهود است، اگر ضریب جمله‌نمایی صفر شود، قسمت گذرای جواب کاملاً حذف خواهد شد. بازاء ورودی پله یکنواخت $V_i(t) = Vu(t)$ خروجی عبارتست از $V_o(t) = KV$ خواهد شد که $K = R_2 / (R_1 + R_2)$ است. یعنی خروجی متناسب با ورودی خواهد بود. شکل (۳ - b) پاسخ مدار تضعیف کننده را به ورودی پله یکنواخت برای سه حالت نشان میدهد.

ب) کار در آزمایشگاه :

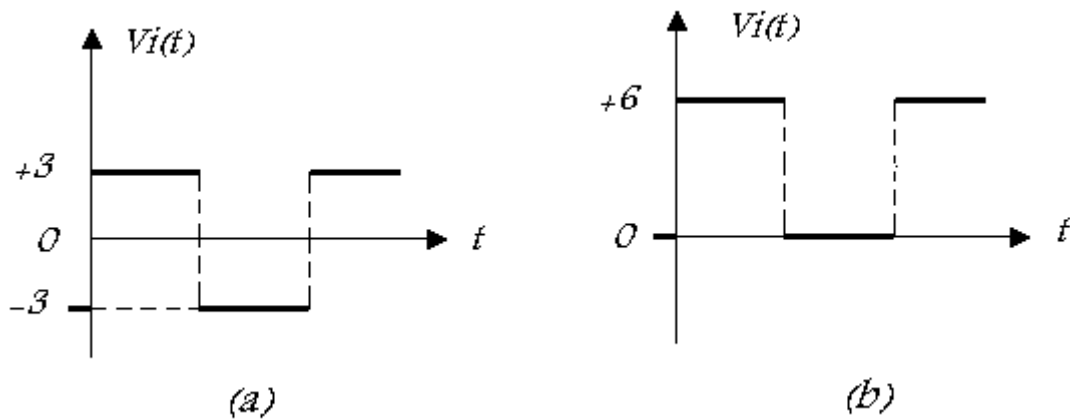
۱- مدار RL :

۱-۱) مدار شکل زیر ببینید:



شکل ۴

۱-۲) خروجی مولد سیگنال را یک موج مربعی متقارن با فرکانس 60KHZ و $V_{p-p}=6v$ (مطابق شکل ۵-a) اختیار نمایید. ولتاژ دو سر سلف را به کانال ۱ و ولتاژ ورودی را به کانال ۲ اسیلوسکوپ وصل نموده و شکل آنها را مشاهده کنید. شکل موج ولتاژ سلف را در یک پریود به همراه موج مربعی در یک دستگاه مختصات دقیقاً ترسیم نمایید.



شکل ۵: (a) موج مربعی (b) پالس مربعی

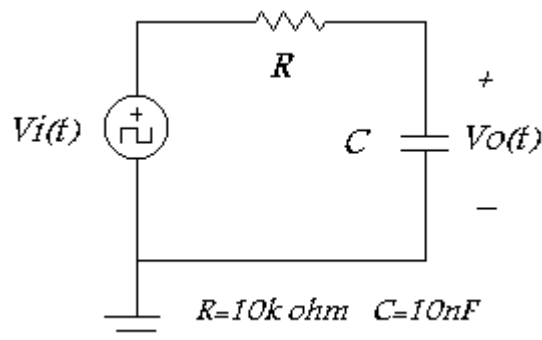
۱-۳) با استفاده از شکل موج مشاهده شده در بند ۱-۲، ثابت زمانی مدار و مقدار ولتاژ سلف را در لحظات $t=0, \tau, \dots, 5\tau$ اندازه گیری نموده و در جدول زیر یادداشت نمایید.

جدول ۱	t	0	τ	2τ	3τ	4τ	5τ
نتایج تئوری	V_L						
نتایج آزمایش	V_L						

۴-۱) با تعویض جای سلف و مقاومت در مدار شکل ۴، ولتاژ مقاومت را مشاهده و یک پریود از آنرا به همراه موج مربعی در یک دستگاه مختصات دقیقاً ترسیم نمایید.

۲- مدار RC:

۱-۲) مدار شکل زیر را ببندید. فرکانس و دامنه موج مربعی را بترتیب 1KHZ و $V_{p-p}=6\text{v}$ تنظیم نمایید. ولتاژ دو سر خازن را روی صفحه اسیلوسکوپ مشاهده نموده و شکل یک پریود از آنرا به همراه موج مربعی در یک دستگاه مختصات دقیقاً ترسیم نمایید.



شکل ۶

۲-۲) با استفاده از شکل موج مشاهده در بند ۱-۲، ثابت زمانی مدار و مقدار ولتاژ خازن را در لحظات $t=0, \tau, \dots, 5\tau$ اندازه گیری و در جدول زیر یادداشت نمایید.

جدول ۲	t	0	τ	2τ	3τ	4τ	5τ
نتایج تئوری	V_C						
نتایج آزمایش	V_C						

۳-۲) با تنظیم مولد سیگنال شکل موج (b-۵) را بوجود آورده و به مدار اعمال نمایید (فرکانس مولد سیگنال 1KHZ می باشد). در این حالت نیز شکل موج ولتاژ خازن را به همراه موج مربعی در یک دستگاه مختصات برای یک پریود دقیقاً ترسیم نمایید.

۴-۲) چه تفاوتی در شکل موجهای دو سر خازن در بنرهای ۱-۲ و ۳-۲ مشاهده می کنید؟ علت آن را بیان کنید.

۵-۲) با تعویض جای مقاومت و خازن در مدار شکل ۶، شکل موج مقاومت را بازای اشکال a-۵ و b-۵ بعنوان ورودی، مشاهده و در هر حالت شکل موج مربوطه را به همراه موج مربعی برای یک پریود و در یک دستگاه مختصات، دقیقاً رسم کنید.

۶-۲) آیا ولتاژ مقاومت در هر یک از دو حالت بند ۵-۲، تفاوت دارد؟ علت را بیان کنید.

۳- مدار انتگرال گیر و مشتق گیر:

۳-۱) در مدار شکل ۶، شکل موج مولد سیگنال را مطابق شکل a-۵ تنظیم نمایید و فرکانس آنرا به 20KHZ افزایش دهید. ولتاژ خازن را به کانال ۱ و شکل موج ورودی را به کانال ۲ اسیلوسکوپ وصل کنید.

۳-۲) بطوریکه ملاحظه می گردد، مدار در این حالت تقریباً بصورت انتگرال گیر عمل می کند. شکل موجهای ولتاژ خازن و مولد سیگنال را برای دو پریود و در یک دستگاه مختصات ترسیم نمایید.

۳-۳) در مدار شکل ۶، جای مقاومت و خازن را عوض نمایید و فرکانس موج مربعی مولد سیگنال را به 50HZ کاهش دهید. ولتاژ مقاومت را به کانال ۱ و شکل موج ورودی را به کانال ۲ اسیلوسکوپ وصل کنید.

۳-۴) در این حالت مدار تقریباً بصورت مشتق گیر عمل می کند. شکل موجهای ولتاژ مقاومت و مولد سیگنال را برای دو پریود و در یک دستگاه مختصات ترسیم نمایید.

ج) سوالات:

- ۱- شکل موجهای خواسته شده در بندهای ۱-۲ و ۱-۳.
- ۲- تکمیل جدول ۱ و مقایسه نتایج تئوریک با نتایج حاصل از آزمایش و توجیه اختلافات احتمالی.
- ۳- شکل موجهای خواسته شده در بندهای ۱-۳، ۲-۲، ۲-۵.
- ۴- تکمیل جدول ۲ و مقایسه نتایج تئوریک با نتایج حاصل از آزمایش و توجیه اختلافات احتمالی.
- ۵- پاسخ به سوالات بندهای ۲-۴ و ۲-۶.
- ۶- شکل موجهای خواسته شده در بندهای ۲-۳ و ۳-۴.
- ۷- در هر یک از موارد بندهای ۲-۳ و ۳-۴. ارتباط تقریبی خروجی و ورودی مدار را بصورت یک معادله دیفرانسیل درجه اول بدست آورده و در مورد تقریب بکار رفته توضیح کافی بدهید.
- ۸- علت رفتار مدار در بندهای ۲-۳ و ۳-۴ را بر اساس مقایسه t (پریود موج مربعی) و T (ثابت زمانی مدار) بیان نمایید.
- ۹- با نوشتن معادله دیفرانسیل در مدار شکل a-۳ و حل آن، رابطه (۳) را استخراج نمایید (ولتاژهای اولیه هر دو خازن، را برابر صفر فرض کنید).
- ۱۰- تأثیر مقاومت خروجی مولد سیگنال در پاسخ مدارهای RL و RC چیست؟

آزمایش سوم:

پاسخ شبکه RLC به تحریک پله‌ای یکنواخت و خصوصیات جواب گذرا

الف) تئوری:

شبکه RLC سری شکل ۱ را در نظر بگیرید. در این شبکه ولتاژ دو سر خازن بعنوان خروجی و $V_i(t)$ بعنوان ورودی در نظر گرفته شده است. اگر معادله دیفرانسیل شبکه مذکور را بنویسیم، نتیجه می‌شود.

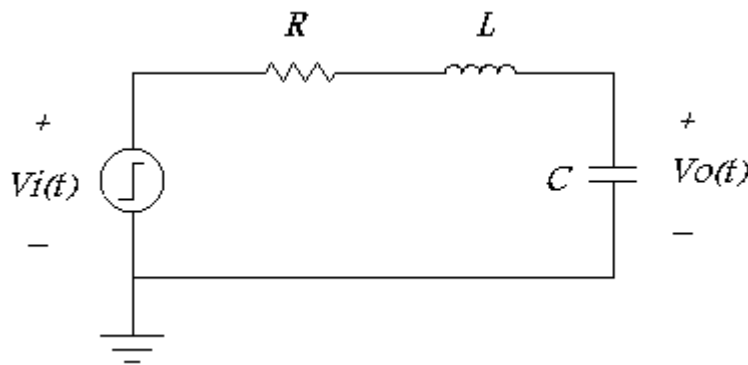
$$\frac{d^2 V_o(t)}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{d V_o(t)}{dt} + \frac{1}{LC} V_o(t) = \frac{1}{LC} V_i(t) \quad (1)$$

از مقایسه رابطه فوق با رابطه استاندارد زیر، دو پارامتر شبکه‌های درجه دوم در پاسخ به تحریک پله‌ای، بدست می‌آید.

$$\frac{d^2 V_o(t)}{dt^2} + 2\alpha \frac{d V_o(t)}{dt} + \omega_o^2 V_o(t) = \omega_o^2 V_i(t) \quad (2)$$

$$\alpha = \frac{R}{2L}, \quad \omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

α را ضریب میرایی یا ضریب تضعیف و ω_o را فرکانس تشدید یا فرکانس طبیعی نامیرای شبکه می‌نامند.



شکل ۱ شبکه RLC سری

پاسخ شبکه به تابع تحریک پله: با فرض اینکه مدار شکل ۱ برای $t < 0$ در حالت آرامش باشد، پاسخ شبکه مذکور به تابع تحریک پله واحد $V_i(t) = U(t)$ بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$V_o(0) = 0 \quad C \frac{dV_o(0)}{dt} = i(0) = 0$$

معادله مشخصه شبکه و فرکانسهای طبیعی آن بصورت زیر می باشد:

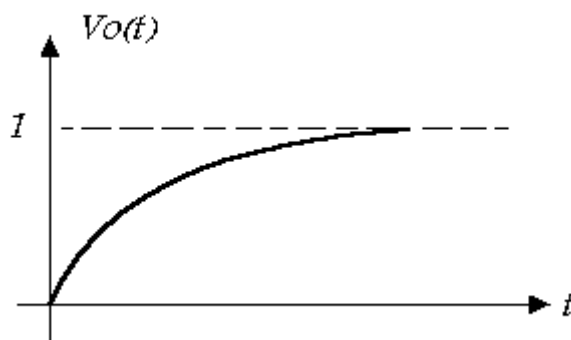
$$s^2 + 2\alpha s + \omega_o^2 = 0 \implies s_1, s_2 = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_o^2}$$

بسته به مقادیر α و ω_o ، چندین حالت میرایی را خواهیم داشت.

۱- **میرایی شدید:** در این حالت $\alpha > \omega_o$ می باشد و در نتیجه فرکانسهای طبیعی s_1 و s_2 حقیقی، متمایز و منفی بوده و پاسخ شبکه به تحریک تابع پله‌ای واحد برابر است با:

$$V_o(t) = \left[I + \frac{I}{s_1 - s_2} (s_2 e^{s_1 t} - s_1 e^{s_2 t}) \right] u(t)$$

شکل ۲، این پاسخ را نشان می دهد.

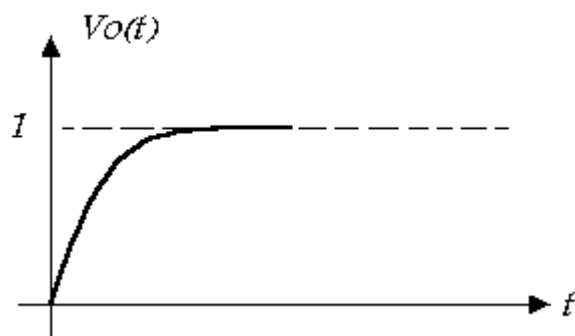


شکل ۲ پاسخ مدار RLC در حالت میرایی شدید

۲- **میرایی بحرانی:** در این حالت $\alpha = \omega_o$ است و در نتیجه دو فرکانس طبیعی شبکه با یکدیگر برابر بوده و پاسخ به تابع تحریک پله واحد بصورت زیر خواهد بود:

$$V_o(t) = [I - e^{-\omega_o t} (I + \omega_o t)] u(t)$$

شکل ۳، این پاسخ را نشان می دهد .



شکل ۳ پاسخ مدار RLC در حالت میرایی بحرانی

۳- میرایی ضعیف : در این حالت $\alpha < \omega_0$ می باشد. و در نتیجه دو فرکانس طبیعی شبکه مختلط و مزدوج بوده و بصورت زیر بیان میشود :

$$S_1, S_2 = -\alpha \pm j\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = -\alpha \pm j\omega_d, \quad \omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$$

در رابطه فوق ω_d فرکانس طبیعی شبکه می گویند. بنابراین پاسخ شبکه به تابع تحریک پله واحد در این حالت بصورت زیر بیان می گردد.

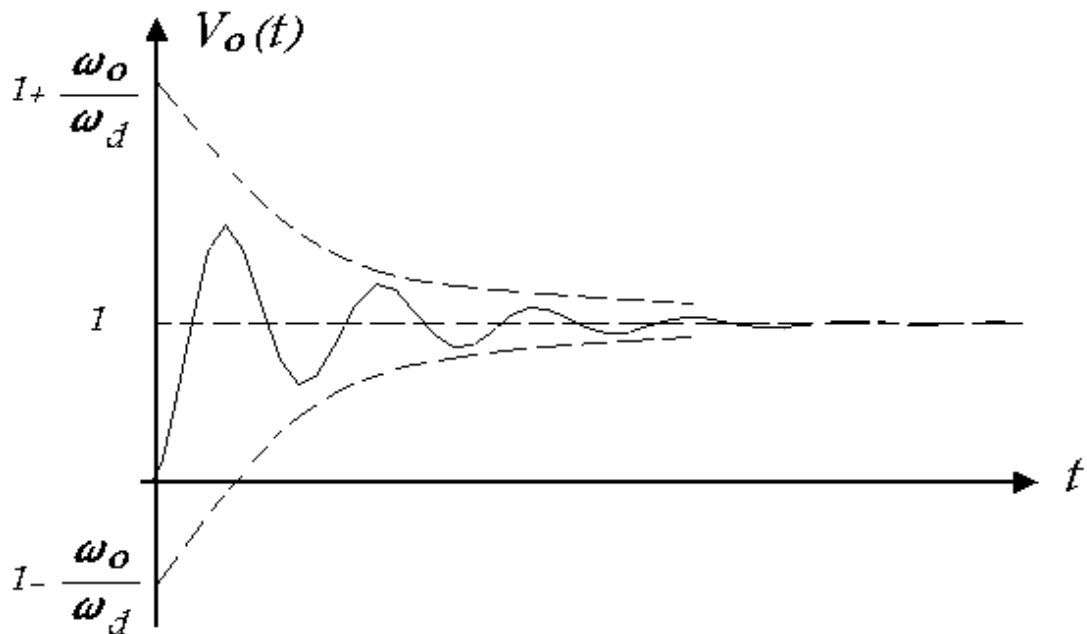
$$V_o(t) = \left[1 - \frac{\omega_0}{\omega_d} e^{-\alpha t} \cos(\omega_d t - \Phi) \right] u(t), \quad \Phi = \tan^{-1} \frac{\alpha}{\omega_d} \quad (3)$$

شکل ۴ این پاسخ را نشان میدهد.

در این حالت منحنی های $1 \pm \frac{\omega_0}{\omega_d} e^{-\alpha t}$ پوشهای پاسخ شبکه به تابع پله واحد بوده و $V_o(t)$ همواره بین این دو پوش مذکور قرار می گیرد. ثابت زمانی پوش برابر $1/\alpha$ است. بعبارت دیگر α ، درجه تضعیف منحنی های پوش و در نتیجه $V_o(t)$ را نشان می دهد. با افزایش α تضعیف سریعتر انجام می گیرد و به همین دلیل به α ضریب تضعیف می گویند. در شکل ۴ دیده می شود که $V_o(t)$ با گذشت زمان به مقدار ثابت یک، نزدیک می شود. این موضوع را می توان با استفاده از رابطه (3) نیز اثبات نمود. یعنی :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V_o(t) = 1$$

این حد را پاسخ نهایی یا ماندگار شبکه می گویند.



شکل ۴ پاسخ مدار RLC در حالت میرایی ضعیف

به مدت زمانی که لازم است تا پاسخ تقریباً برابر مقدار ماندگار گردد، زمان استقرار می‌گویند و آن را با t_s نشان می‌دهند. این زمان اولین لحظه‌ای است که $V_o(t)$ داخل نواری قرار می‌گیرد که در آن نوار، خطای مساوی قرار گرفتن $V_o(t)$ و مقدار نهایی آن، بسته به دقت مورد نیاز، ۲٪ یا ۵٪ می‌باشد. اگر $0 < (\alpha / \omega_0) < 0.9$ باشد. این زمان با معیار خطای ۲٪، چهار برابر ثابت زمانی پوش و با معیار خطای ۵٪ سه برابر ثابت زمانی پوش می‌باشد. یعنی:

$$t_s = 4 / \alpha \quad \text{اگر معیار خطا ۲٪ باشد}$$

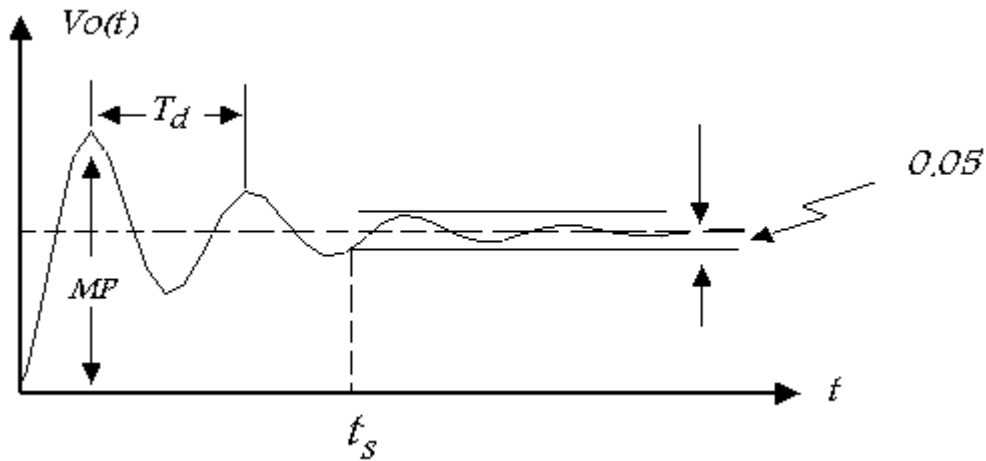
$$t_s = 3 / \alpha \quad \text{اگر معیار خطا ۵٪ باشد}$$

دامنهٔ اولین ماکزیمم نیز در پاسخ شبکه‌های درجه دوم به تحریک پله و در حالت میرایی ضعیف از پارمترهای قابل اهمیت بوده و بر حسب α و ω_d برای ورودی پلهٔ واحد، بصورت زیر می‌باشد:

$$MP = 1 + \exp [-(\alpha / \omega_d) \pi] \quad (4)$$

شکل ۵، مقادیر MP ، T_d و t_s (با معیار ۵٪) را برای حالت میرایی ضعیف نشان می‌دهد. واضح است که رابطهٔ میان T_d و ω_d بصورت زیر است:

$$\omega_d = 2\pi / T_d \quad (5)$$



شکل ۵ مشخصات مدار RLC به تحریک پله واحد

۴- نوسانی پایدار (نامیرا): اگر $\alpha = 0$ باشد، با استفاده از رابطه (3) پاسخ بصورت زیر در می آید:

$$V_o(t) = (1 - \cos \omega_0 t) u(t) \quad (6)$$

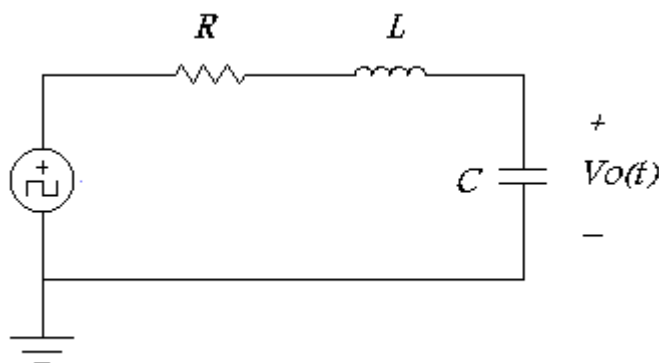
این پاسخ نامیرا بوده و نوسانات آن تا بی نهایت ادامه دارد. بنابراین از رابطه (6) مشخص می شود که ω_0 برابر فرکانس نامیرای شبکه است. یعنی ω_0 فرکانسی است که در آن اگر ضریب میرایی به صفر تقلیل یابد، شبکه تا بی نهایت نوسان می کند.

اگر شبکه دارای هر مقدار ضریب میرایی ($\alpha \neq 0$) باشد، فرکانس طبیعی آن را نمی توان بصورت تجربی مشاهده نمود و فرکانسی که مشاهده خواهد شد، فرکانس طبیعی میرا، $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$ است. این فرکانس همواره از فرکانس طبیعی نامیرا کمتر بوده و با افزایش α کاهش می یابد. یعنی نوسانات شبکه کمتر می گردد و اگر α بزرگتر از ω_0 شود دیگر نوسانی نخواهیم داشت.

ب) کار در آزمایشگاه :

قسمت ۱ :

۱-۱) مدار RLC سری را مطابق شکل ۶ با $R=470\Omega$ ، $L=2.2\text{mH}$ و $C=1\text{nF}$ ببندید.



شکل ۶

۱-۲) خروجی مولد سیگنال را موج مربعی با دامنه 4V_{p-p} و فرکانس 9KHz انتخاب نمایید.
 ۱-۳) شکل موج ولتاژ خازن را بر روی کانال ۱ اسیلوسکوپ مشاهده و برای نیم پریود ، دقیقاً ترسیم نمایید.

۱-۴) با ثابت نگه داشتن مقادیر سلف و خازن و تغییر مقدار مقاومت مطابق جدول ۱ ، فاصله زمانی دو نقطه ماکزیمم متوالی (T_d) دامنه اولین ماکزیمم (MP) و زمان استقرار منحنی (t_s) را اندازه گیری کرده و در جدول مذکور یادداشت نمایید.

C	L	R	$T_d(\mu\text{sec})$	MP(v)	$t_s(\text{msec})$	ω_d	α	حالت میرایی
1nF	2.2mH	100 Ω						
		470 Ω						
		3.3K Ω						
		4.7K Ω						

(جدول ۱)

۱-۵) با استفاده از رابطه (۵) ، ω_d بکمک رابطه (۴) مقدار α را در هر حالت محاسبه نموده و در جدول ۱ یادداشت نمایید. با مقایسه α و ω_d بدست آمده در هر حالت ، حالت میرایی مدار را بدست آورده و با حالت مشاهده شده در آزمایش ، مقایسه کنید.

۱-۶) مقدار مقاومت را همان 470Ω اختیار کرده و با تغییر مقدار سلف مطابق جدول ۲، عملیات بندهای ۱-۴ و ۱-۵ را برای این حالت تکرار نمایید (تذکر: برای $L=10mH$ ، فرکانس مولد سیگنال را به $4KHZ$ کاهش داده و پس از اندازه گیری‌های لازم، مجدداً آن را برای $9KHZ$ اختیار نمایید. برای $L=14.7mH$ فرکانس $2KHZ$ مناسب است).

C	L	R	Td(μ sec)	MP(v)	ts(msec)	ωd	α	حالت میرایی
1nF	2.2mH	470 Ω						
	4.7mH							
	10mH							
	14.7mH							

(جدول ۲)

۱-۷) با انتخاب $L=2.2mH$ ، مقدار خازن را مطابق جدول ۳ تغییر داده و عملیات بندهای ۱-۴ و ۱-۵ را برای حالات اخیر تکرار نمایید.

C	L	R	Td(μ sec)	MP(v)	ts(msec)	ωd	α	حالت میرایی
1nF	2.2mH	470 Ω						
2.2nF								
10nF								
22nF								

(جدول ۳)

۱-۸) با انتخاب $L=2.2mH$ و $C=1nF$ حدود R را برای حالت میرایی بحرانی بدست آورده و با مقدار حاصل از تئوری مقایسه نموده و در صورت وجود اختلاف علت آن را شرح دهید.
قسمت ۲:

۲-۱) با تعویض مقاومت و خازن در مدار شکل ۶، شکل موج ولتاژ مقاومت را که متناسب با جریان مدار است، روی صفحه اسیلوسکوپ مشاهده و برای یک پرپود دقیقاً ترسیم نمایید.

”مقادیر المانهای مدار، دامنه و فرکانس مولد سیگنال مطابق بندهای ۱-۱ و ۱-۲ می‌باشند.”

۲-۲) با تغییر ولوم DC OFFSET مولد سیگنال، شکل موج ورودی را بصورت پالس مربعی با دامنه ۴ ولت تبدیل نموده و در این حالت ولتاژ مقاومت را مشاهده کنید.

۲-۳) آیا تفاوتی در شکل موج ولتاژ در بندهای ۲-۱ و ۲-۲ مشاهده می‌شود؟ علت را بیان کنید.

۲-۴) با حذف مقدار DC شکل موج ورودی و تبدیل آن به موج مربعی با دامنه $4V_{p-p}$ ، تأثیر تغییرات R را بروی پارامترهای مختلف جریان مدار (دامنه اولین ماکزیمم، پرپود نوسانات میرا و زمان استقرار) مشاهده کرده و توضیح دهید.

ج) سوالات :

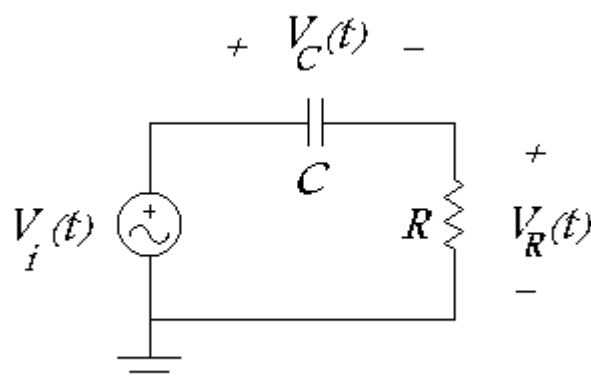
- ۱- منحنی خواسته شده در بندهای ۱-۳ .
- ۲- تکمیل جدولهای ۱، ۲ و ۳ .
- ۳- با استفاده از نتایج حاصل از جداول ۱، ۲ و ۳، تأثیر تغییرات R ، L و C را بر روی میرایی شبکه، فرکانس طبیعی میرای شبکه و زمان استقرار منحنی شرح دهید. نتایج حاصل در هر مورد را توجیه تئوریک نمایید.
- ۴- مطالب خواسته شده در بند ۱-۸ .
- ۵- منحنی خواسته شده در بند ۱-۲ .
- ۶- پاسخ به سؤال مطرحه در بند ۲-۳ .
- ۷- مطالب خواسته شده در بند ۲-۴ .
- ۸- به سوالات زیر پاسخ دهید :
 - ۱-۸) آیا می‌توانید با استفاده از منحنی بدست آمده در بند ۱-۳، ω_0 را اندازه‌گیری کنید؟ توضیح دهید.
 - ۲-۸) رابطه‌ی مربوط به جریان شبکه $\dot{i}(t)$ را در پاسخ به ورودی تابع پله واحد، در هر سه حالت میرایی بدست آورید.
 - ۳-۸) روابط ولتاژهای سلف و مقاومت را در پاسخ به تحریک پله واحد، در هر سه حالت میرایی بدست آورید.

آزمایش چهارم:

پاسخ حالت دائمی مدارهای مرتبه اول به تحریک سینوسی

الف) تئوری:

۱- پاسخ حالت دائمی مدار RC به تحریک سینوسی: شکل ۱ یک مدار RC مرتبه اول را نشان می دهد که ولتاژ ورودی آن تابع سینوسی می باشد. در حالت دائمی، یعنی هنگامی که پاسخ همگن مدار میرا شده باشد، تمام ولتاژها و جریانهای این مدار بصورت امواج سینوسی با همان فرکانس سیگنال ورودی خواهند بود.



شکل ۱ مدار RC مرتبه اول

بعبارت دیگر اگر ولتاژ ورودی بصورت روبرو باشد: $V_i(t) = V_i \cos \omega t$
در این صورت خواهیم داشت:

$$V_R(t) = V_R \cos(\omega t + \theta_R) \quad , \quad V_C(t) = V_C \cos(\omega t + \theta_C)$$

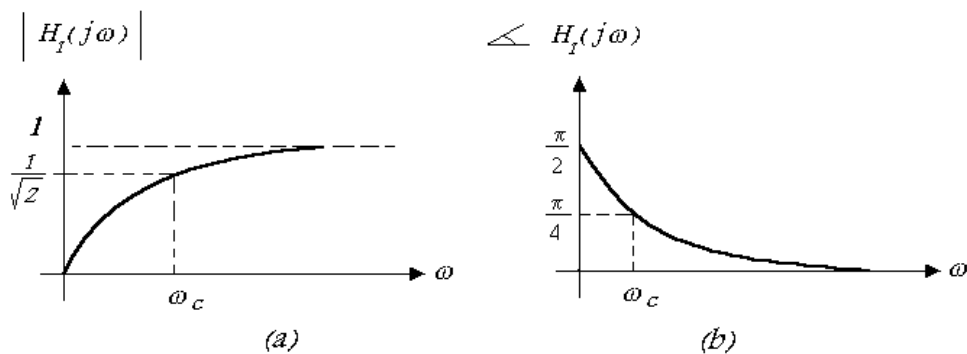
دامنه نسبی و اختلاف فاز ولتاژهای $V_C(t)$ و $V_R(t)$ در مقایسه با ولتاژ ورودی $V_i(t)$ توسط قدرمطلق و فاز تابع انتقال شبکه در فرکانس زاویه ای ω ، تعیین می گردد. اگر $V_R(t)$ بعنوان خروجی مدار در نظر گرفته شود، تابع انتقال شبکه بصورت زیر خواهد بود:

$$H_I(j\omega) = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} \quad (1)$$

در رابطه (۱) $1/j\omega C$ امپدانس خازن می باشد. با توجه به مختلط بودن تابع انتقال شبکه، مقادیر قدرمطلق و فاز آن را می توان بصورت زیر نوشت:

$$\left| H_I(j\omega) \right| = \frac{RC\omega}{\sqrt{1+(RC\omega)^2}}, \quad \angle H_I(j\omega) = \theta_R = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}(RC\omega)$$

منحنی تغییرات قدرمطلق و فاز $H_1(j\omega)$ در شکل ۲ ترسیم شده است.



شکل ۲: منحنی تغییرات (a) دامنه و (b) فاز $H_1(j\omega)$ برحسب فرکانس زاویه‌ای ω

با توجه منحنی تغییرات قدرمطلق تابع انتقال شبکه، واضح است که در فرکانسهای بالا تقریباً تمام ولتاژ ورودی بر روی مقاومت ظاهر می‌گردد، زیرا مقدار امپدانس خازن در این فرکانسها بسیار کوچک بوده و در واقع بصورت اتصال کوتاه عمل می‌کند. در فرکانسهای پائین، ولتاژ دو سر مقاومت تقریباً صفر است زیرا امپدانس خازن در این فرکانسها بسیار بزرگ بوده و خازن بصورت مدار باز عمل کرده و تقریباً تمام ولتاژ ورودی مدار در دو سر آن ظاهر می‌شود. این رفتار حالت ساده‌ای از یک فیلتر را نشان می‌دهد. بطور کلی فیلتر مداری است که در برخی از فرکانسها سیگنال ورودی را بخوبی به خروجی منتقل نموده و در بقیه فرکانسها، ورودی را تضعیف و یا حذف می‌نماید. به این ترتیب مدار RC شکل ۱ در حالتیکه ولتاژ دو سر مقاومت بعنوان خروجی آن در نظر گرفته شود، بصورت فیلتر بالاگذر عمل می‌کند یعنی فرکانسهای بالا را بخوبی عبور می‌دهد. فرکانسی را که در آن $|H_1(j\omega)|$ به 0.707 برابر مقدار ماکزیمم خود می‌رسد، فرکانس قطع مدار نامیده و با ω_c نشان می‌دهند. در مدار شکل ۱ خواهیم داشت:

$$\left| H_I(j\omega) \right|_{max} = I$$

$$\left| H_I(j\omega) \right|_{\omega = \omega_c} = \frac{RC\omega}{\sqrt{1+(RC\omega)^2}} = \frac{I}{\sqrt{2}} \implies \omega_c = \frac{I}{RC} \quad (2)$$

از رابطه (۲) می‌توان دید که فرکانس قطع مدار برابر با عکس ثابت زمانی مدار می‌باشد. از رابطه مربوطه نتیجه می‌شود که:

$$\left| \angle H_1(j\omega) \right| = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left(RC \frac{1}{RC} \right) = \frac{\pi}{4}$$

$$\omega = \omega_c$$

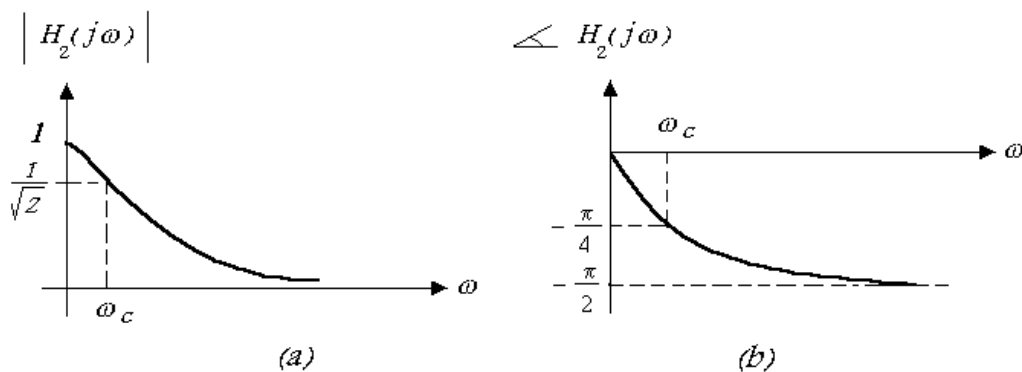
در نتیجه در مدار شکل ۱ و در فرکانس قطع، دامنه خروجی ۰.۷۰۷ برابر دامنه ورودی بوده و خروجی نسبت به ورودی به اندازه $\pi/4$ رادیان تقدم فاز دارد. در صورتیکه در مدار شکل ۱، $V_C(t)$ بعنوان خروجی در نظر گرفته شود، تابع انتقال شبکه بصورت زیر خواهد بود:

$$H_2(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega RC} \quad (۳)$$

مقادیر قدر مطلق و فاز این تابع انتقال برابر است با:

$$\left| H_2(j\omega) \right| = \frac{V_C}{V_i} = \frac{1}{\sqrt{1+(RC\omega)^2}}, \quad \angle H_2(j\omega) = \theta_C = -\tan^{-1}(RC\omega)$$

شکل ۳ منحنی تغییرات دامنه و فاز $H_2(j\omega)$ را نشان میدهد.



شکل ۳ منحنی تغییرات (a) دامنه و (b) فاز $H_1(j\omega)$ بر حسب فرکانس زاویه‌ای ω

با توجه به شکل فوق می‌توان دریافت که اگر در مدار RC، ولتاژ دو سر خازن بعنوان خروجی مدار انتخاب شود، مدار بصورت یک فیلتر پایین گذر عمل می‌کند (امپدانس خازن در فرکانسهای بالا کم است).

فرکانس قطع این فیلتر را می توان بصورت زیر بدست آورد :

$$\left| H_2(j\omega) \right|_{max} = 1$$

$$\left| H_2(j\omega) \right|_{\omega = \omega_c} = \frac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \implies \omega_c = \frac{1}{RC}$$

در نتیجه در دو حالت پایین گذر و بالا گذر مدار RC ، فرکانس قطع برابر با عکس ثابت زمانی مدار است. مقدار زاویه تابع انتقال شبکه اخیر در فرکانس برابر است با :

$$\angle H_2(j\omega) \Big|_{\omega = \omega_c} = - \operatorname{tag}^{-1} \left(RC \frac{1}{RC} \right) = - \frac{\pi}{4}$$

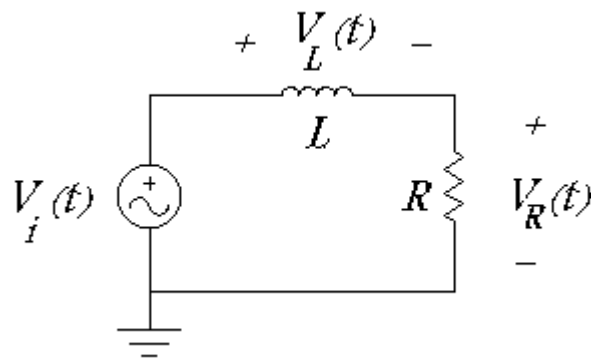
در نتیجه در فرکانس قطع ، ولتاژ خازن به اندازه $\pi/4$ رادیان نسبت به ولتاژ ورودی تاخیر فاز دارد.

۲- پاسخ حالت دائمی مدار RL به تحریک سینوسی : شکل ۴ یک مدار مرتبه اول را نشان می دهد که ولتاژ ورودی آن تابع سینوسی می باشد. در اینجا برای اختصار تنها حالتی را بررسی می کنیم که خروجی مدار ولتاژ دو سر مقاومت باشد. با فرض سینوسی بودن $V_i(t)$ ، $V_R(t)$ ،

نیز در حالت دائمی بصورت سینوسی خواهد بود.

$$V_i(t) = V_i \cos \omega t$$

$$V_R(t) = V_R \cos(\omega t + \theta_R)$$



شکل ۴ مدار RL مرتبه اول

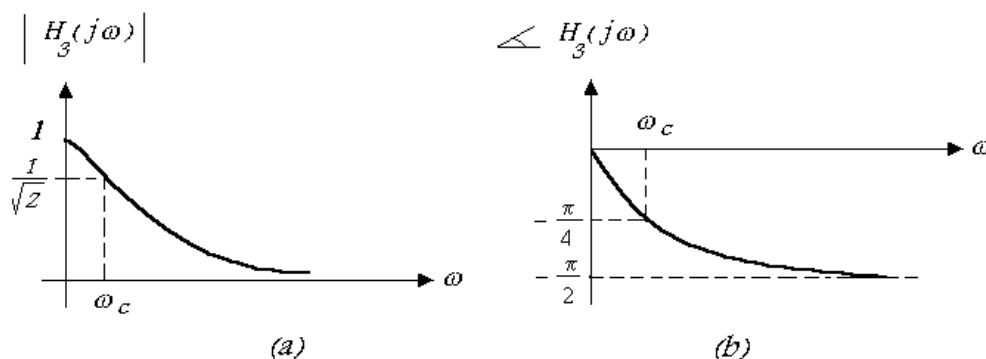
تابع انتقال شبکه در مدار فوق بصورت زیر است :

$$H_3(j\omega) = \frac{R}{R + j\omega L} \quad (۴)$$

در رابطه فوق $j\omega L$ امپدانس سلف می‌باشد. با توجه به مختلط بودن تابع انتقال شبکه، مقادیر قدر مطلق و فاز آن را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$\left| H_3(j\omega) \right| = \frac{V_R}{V_i} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}, \quad \angle H_3(j\omega) = -\tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right)$$

شکل ۵ منحنی تغییرات دامنه و فاز $H_3(j\omega)$ را نشان می‌دهد.



شکل ۵ منحنی تغییرات (a) دامنه و (b) فاز $H_3(j\omega)$ برحسب فرکانس زاویه‌ای ω

شکل ۵ رفتار پایین گذر مدار شکل ۴ را نشان می‌دهد. فرکانس قطع در این مدار برابر است با:

$$\left| H_3(j\omega) \right|_{max} = 1$$

$$\left| H_3(j\omega) \right|_{\omega = \omega_c} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \implies \omega_c = \frac{R}{L}$$

در نتیجه در این حالت نیز فرکانس قطع مدار برابر با عکس ثابت زمانی آن می‌باشد.

$$\left. \angle H_3(j\omega) \right|_{\omega = \omega_c} = -\frac{\pi}{4}$$

در نتیجه در فرکانس قطع، ولتاژ مقاومت به اندازه $\pi/4$ رادیان نسبت به ولتاژ ورودی تاخیر فاز دارد.

(ب) کار در آزمایشگاه :

قسمت ۱

۱-۱) مدار شکل ۱ را با $R=15K\Omega$ و $C=2.2nF$ ببینید.

۱-۲) خروجی مولد سیگنال را یک موج سینوسی با دامنه ۴ ولت انتخاب نموده و به کانال ۱ اسیلوسکوپ متصل کنید.

۱-۳) ولتاژ مقاومت را بعنوان خروجی مدار به کانال ۲ اسیلوسکوپ متصل نمایید.

۱-۴) با تغییر فرکانس مولد سیگنال مطابق جدول ۱، دامنه خروجی و اختلاف فاز ولتاژهای ورودی و خروجی را در فرکانسهای مختلف اندازه گیری کرده و در جدول ۱ ثبت نمایید.*

	نتایج آزمایش			نتایج تئوریک		
	V_R	V_R/V_i	θ_R	V_R	V_R/V_i	θ_R
200HZ						
500HZ						
1KHZ						
2KHZ						
5KHZ						
7KHZ						
10KHZ						
20KHZ						
50KHZ						

جدول ۱

قسمت ۲ :

۲-۱) با تعویض جای مقاومت و خازن در مدار شکل ۱، ولتاژ دو سر خازن $V_C(t)$ را بعنوان خروجی در نظر بگیرید.

۲-۲) با تنظیم ولوم دامنه مولد سیگنال، دامنه تابع سینوسی را برابر ۴ ولت اختیار نموده و به کانال ۱ اسیلوسکوپ و سیگنال خروجی را به کانال ۲ اسیلوسکوپ متصل نمایید.

۲-۳) با تغییر فرکانس مطابق جدولی مشابه جدول ۱ (بنام جدول ۲) دامنه خروجی و اختلاف فاز ولتاژهای ورودی و خروجی را در فرکانسهای متفاوت اندازه گیری و در جدول ۲ ثبت نمایید.

* دامنه سیگنال ورودی در تمام فرکانسها باید ثابت باقی بماند. در صورت تغییر دامنه در برخی از فرکانسها با تغییر ولوم دامنه مولد سیگنال، مقدار آن را برابر ۴ ولت ثابت نگه دارید.

قسمت ۳:

۳-۱) مدار شکل ۴ را با $R=1K\Omega$ و $C=10mH$ ببندید.

۳-۲) خروجی مولد سیگنال را یک موج سینوسی با دامنه ۴ ولت انتخاب نموده و به کانال ۱ اسیلوسکوپ متصل نمایید.

۳-۳) ولتاژ دو سر مقاومت را بعنوان خروجی مدار به کانال ۲ اسیلوسکوپ متصل کنید.

۳-۴) با تغییر فرکانس مولد سیگنال مطابق جدولی مشابه جدول ۱ (بنام جدول ۳) دامنه خروجی و اختلاف فاز ولتاژهای ورودی و خروجی را در فرکانسهای مختلف اندازه گیری کرده و در جدول ۳ ثبت نمایید. توجه داشته باشید که دامنه ولتاژ ورودی در تمامی فرکانسها باید برابر مقدار ثابت ۴ ولت باشد و در صورت بروز هر گونه تغییری در آن، توسط ولوم دامنه مولد سیگنال، دامنه ورودی را ثابت نگه دارید.

قسمت ۴:

۴-۱) در مدار شکل ۴ فرکانس مولد سیگنال را بین فرکانسهای $50KHZ$ و $500KHZ$ بصورت پیوسته تغییر داده و بطور همزمان شکل موج ورودی و ولتاژ مقاومت را روی صفحه اسیلوسکوپ مشاهده کنید. در این حالت در برخی از فرکانسها به پدیده‌های غیر قابل انتظاری برخورد می‌کنید.

۴-۲) به تغییرات دامنه و فاز خروجی در حوالی فرکانسهایی که پدیده‌های فوق‌الذکر اتفاق می‌افتد دقت کرده و در گزارش کار خود بنویسید.

۴-۳) مقدار $|H_3(j\omega)|$ را در فرکانس صفر (ولتاژ DC) نیز اندازه گیری نمایید.

ج) سوالات :

۱- جداول ۱ و ۲ را تکمیل نموده و با توجه به اطلاعات مندرج در هر یک ، منحنی تغییرات دامنه و فاز $H_1(j\omega)$ و دامنه و فاز $H_2(j\omega)$ را بر حسب فرکانس روی کاغذ میلیمتری ترسیم نمایید. با توجه به نتایج تئوریک مندرج در جداول مذکور که از روابط مربوط به دامنه و فاز $H_1(j\omega)$ و $H_2(j\omega)$ بدست آورید. چهار منحنی مربوط به نتایج تئوریک را روی چهار منحنی مربوط به آزمایش ترسیم نمایید.

۲- جدول ۳ را تکمیل نموده و منحنی‌های مربوط به دامنه و فاز $H_3(j\omega)$ را با توجه به اطلاعات مندرج در جدول ترسیم کنید. منحنی‌های مربوط به نتایج تئوریک و آزمایش را روی یک کاغذ ترسیم نمایید.

۳- به سوالات زیر پاسخ دهید :

۳-۱) آیا واقعاً رفتار مدار شکل ۴ ، در فرکانسهای 50KHZ و 500KHZ در بندهای ۲-۴ برخلاف انتظار است؟ علت را توضیح دهید.

۳-۲) در مدار شکل ۱ با انتخاب ولتاژ مقاومت بعنوان خروجی مانند فیلتر بالاگذر و در مدار شکل ۴ با انتخاب ولتاژ مقاومت بعنوان خروجی مانند فیلتر پایین گذر عمل می‌نماید. بدون مراجعه به روابط ریاضی و صرفاً با توصیف فیزیکی، علت این تفاوت را شرح دهید.

۳-۳) با توجه به رفتاری که از دو فیلتر پایین گذر RL و RC در آزمایشگاه ملاحظه کردید، فکر می‌کنید کدامیک بهتر بوده و چه مزیتی بر دیگری دارد.

۳-۴) بدون مراجعه به روابط ریاضی و صرفاً با توصیف فیزیکی توضیح دهید که اگر در مدار شکل ۴ ولتاژ دو سر سلف بعنوان خروجی در نظر گرفته شود، مدار بصورت چه نوع فیلتری عمل می‌نماید؟

۳-۵) با توجه به اطلاعات مندرج در جدول ۱ ، اگر $V_i(t) = 1 + 2\cos(2\pi t - 45)$ باشد، $V_c(t)$ چقدر است (واحد فرکانس KHZ)

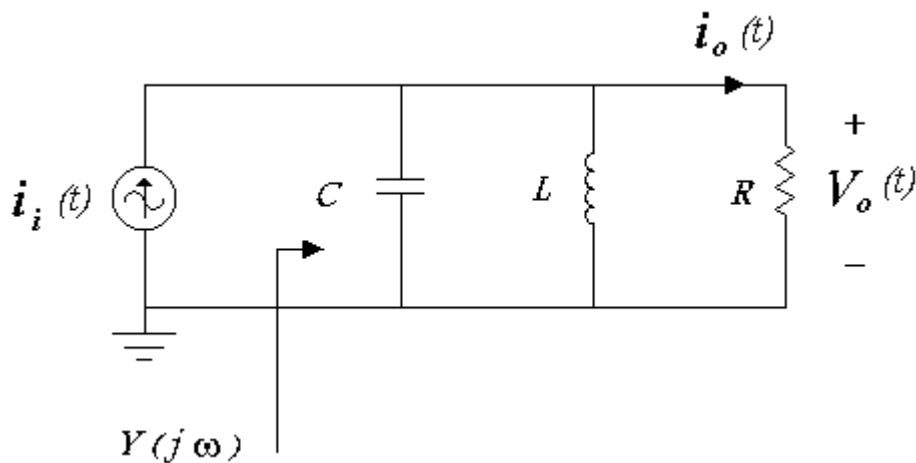
آزمایش پنجم:

پاسخ حالت دائمی مدارهای مرتبه دوم به تحریک سینوسی (مدارهای تشدید)

الف) تئوری:

اگر چه تعاریف گوناگونی برای مدارهای تشدید وجود دارد، اما بعنوان رایج‌ترین تعریف می‌توان گفت که در یک مدار الکتریکی دو قطبی که حداقل شامل یک سلف و یک خازن باشد، هنگامی تشدید حاصل می‌گردد که امپدانس (یا ادیتانس) ورودی مدار بصورت یک مقاومت (یا هدایت) خالص باشد. بنابراین هنگامی که ولتاژ و جریان ورودی با مشخصات فوق، هم‌فاز باشند، مدار در حالت تشدید است.

۱- مدار تشدید موازی: شکل ۱ یک مدار RLC موازی درجه دوم را نشان می‌دهد.



شکل ۱ مدار تشدید موازی

ادیتانس ورودی مدار فوق برابر است با:

$$Y(j\omega) = \frac{1}{R} + j \left(C\omega - \frac{1}{L\omega} \right)$$

از آنجا که بر طبق تعریف در فرکانس تشدید، ادیتانس ورودی مدار باید هدایتی خالص باشد، می‌توان با مساوی صفر قرار دادن قسمت موهومی ادیتانس که سوسپیتانس خوانده می‌شود، فرکانس را بدست آورد.

$$C\omega_0 - \frac{1}{L\omega_0} = 0 \implies \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (1)$$

در تجزیه و تحلیل حالت دائمی سینوسی معمولاً از مفهوم کلی‌تر تابع انتقال شبکه که نسبت فازور خروجی به فازور ورودی تعریف می‌شود، استفاده می‌کنند. باتوجه به اینکه در مدار تشدید موازی

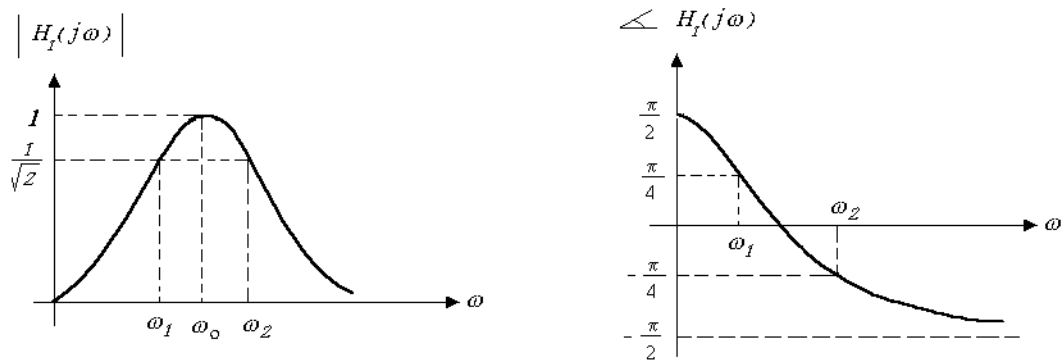
منبع جریان $i_1(t)$ بعنوان ورودی و جریان مقاومت بعنوان خروجی در نظر گرفته می شود، اگر تابع انتقال شبکه مربوط را با $H_1(j\omega)$ نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$H_I(j\omega) = \frac{I_o}{I_i} = \frac{G V_o}{I_i} = G Z(j\omega) = \frac{I}{R + j(C\omega - \frac{I}{L\omega})}$$

مقادیر قدر مطلق و فاز تابع شبکه فوق را می توان بصورت زیر نوشت:

$$|H_I(j\omega)| = \frac{I}{\sqrt{R^2 + (C\omega - \frac{I}{L\omega})^2}}, \quad \angle H_I(j\omega) = -\tan^{-1} R(C\omega - \frac{I}{L\omega})$$

اگر منحنیهای دامنه و فاز تابع شبکه را که پاسخ فرکانسی مدار خوانده می شود، ترسیم کنیم، شکلی مشابه شکل ۲ بدست می آید.



شکل ۲ یک پاسخ فرکانس نوعی برای مدارهای تشدید موازی و سری

البته باید توجه داشت که شکل ۲ نمونه‌ای بشمار آمده و برحسب مقادیر مختلف R و L و C میزان و محل تیزی در منحنی دامنه و میزان انحنای محل تقاطع با محور افقی در منحنی فاز تغییر خواهد کرد اما در تمام حالات، منحنی دامنه از صفر شروع شده و در مجاورت فرکانس تشدید به مقدار حداکثر خود می رسد، پس از این مرحله شروع به نزول کرده تا اینکه در فرکانسهای خیلی زیاد برابر صفر گردد. بنابراین یک مدار تشدید در فرکانس تشدید و در فرکانسهای مجاور آن، سیگنالها را با کاهش کوچکی در اندازه و تغییر مختصری در فاز عبور داده ولی در سایر فرکانسها یعنی در فرکانسهای پایین ($\omega \ll \omega_0$) و فرکانسهای بالا ($\omega \gg \omega_0$) باعث تضعیف دامنه

سیگنال به میزان قابل ملاحظه‌ای می شود. به همین دلیل یک مدار تشدید، نقش فیلتر میان گذر را بازی می کند.

میزان تضعیف در فیلتر میان گذر مورد بحث توسط تیزی منحنی دامنه مشخص می گردد. یک مقیاس خوب برای تعیین تیزی منحنی دامنه در فرکانسهای تشدید ضریب کیفیت (Q) بوده که بصورت نسبت فرکانس تشدید به برابر ضریب تضعیف تعریف می شود.

$$Q = \omega_0 / 2\alpha$$

البته چنانکه بعداً اثبات خواهیم نمود، ضریب تضعیف با پهنای باند گذرا رابطه مستقیم داشته که در اینصورت ارتباط ضریب کیفیت با تیزی منحنی دامنه، مشخص تر می گردد. اما ابتدا لازم است که ضریب کیفیت را بر حسب مقادیر المانهی مدار بدست آوریم. با توجه به در دست داشتن مقدار ω_0 از رابطه (۱) کافی است که α را برای مدار RLC موازی محاسبه نماییم. مطابق با روش مطروحه در آزمایش پنجم ابتدا معادله دیفرانسیل شبکه را می نویسیم:

$$\frac{d^2 i_o(t)}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{d i_o(t)}{dt} + \frac{1}{LC} i_o(t) = \frac{1}{LC} \frac{d i_i(t)}{dt}$$

وچنانکه رابطه فوق را با استاندارد شبکه‌های درجه دوم مقایسه نماییم، مقدار α برابر خواهد بود با:

$$\alpha = \frac{1}{2RC}, \quad Q = \omega_0 RC = R \sqrt{\frac{C}{L}} \quad (2)$$

با در دست داشتن مقادیر ω_0 و Q که بترتیب از روابط (۱) و (۲) بدست می آیند، می توان مقادیر دامنه وفاز تابع شبکه $H_1(j\omega)$ را بصورت زیر نوشت:

$$\left| H_1(j\omega) \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}}, \quad \angle H_1(j\omega) = - \tan^{-1} Q \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \quad (3)$$

چنانکه قبلاً یاد آور شدیم ضریب کیفیت با پهنای باند گذر رابطه معکوس داشته و از این طریق میزان تیزی منحنی به ضریب کیفیت بستگی پیدا می کند. بنابراین ضریب کیفیت بزرگتر، باند گذر باریکتری را ایجاد نموده، حال آنکه با وسیعتر شدن پهنای باند گذر، ضریب کیفیت کمتر می گردد. برای یک فیلتر، باند گذر سه دسی بل (3db) می باشد که محدوده آن در شکل ۲ بوسیله فرکانسهای سه دسی بل ω_1 و ω_2 نشان داده شده‌اند. به این فرکانسها که بازای آنها دامنه تابع شبکه به 0.707 برابر مقدار ماکزیمم خود می رسد، فرکانسهای نصف قدرت هم گفته می شود. پهنای باند فیلتر (BW) نیز بصورت تفاضل دو فرکانس مذکور تعریف می شود. با توجه به این توضیحات برای اینکه پهنای باند بدست آید کافی است که مقدار دامنه تابع شبکه در رابطه (۳) را برابر 0.707 قرار دهیم، در این صورت با حل معادله حاصل به نتیجه زیر دست می یابیم:

$$\frac{\omega}{\omega_0} = \sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}} \pm \frac{1}{2Q} \quad (4)$$

تحت این شرایط با استفاده از بسط $\sqrt{1+x}$ می توان رابطه فوق را بصورت زیر نوشت :

$$\frac{\omega}{\omega_0} = \left[1 + \frac{1}{8Q^2} + \frac{1}{128Q^2} + \dots \right] \pm \frac{1}{2Q}$$

با فرض $Q \gg 1$ که متناظر با فرض $\alpha \ll \omega_0$ است ، می توان به جمله اول بسط اکتفا نمود :

$$\frac{\omega}{\omega_0} \approx 1 \pm \frac{1}{2Q}$$

حال می توان فرکانسهای قطع و پهنای باند را بدست آورد :

$$\omega_1 \approx \omega_0 \left(1 - \frac{1}{2Q} \right)$$

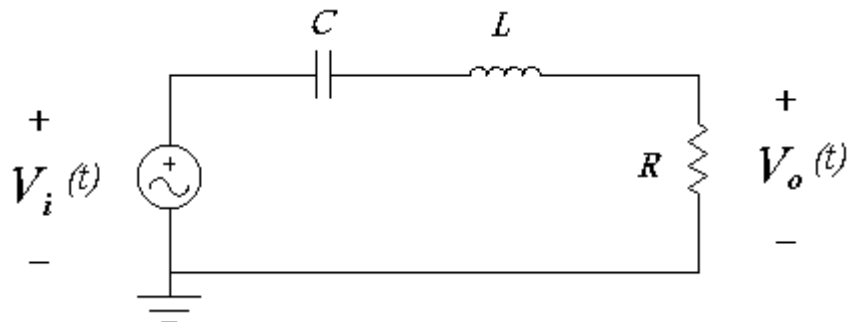
$$\omega_2 \approx \omega_0 \left(1 + \frac{1}{2Q} \right)$$

$$BW = \omega_2 - \omega_1 = \frac{\omega_0}{Q} \quad \Rightarrow \quad Q = \frac{\omega_0}{BW} \quad (5)$$

از مقایسه رابطه (5) با تعریف ضریب کیفیت داریم :

$$BW = 2\alpha = \frac{1}{RC}$$

۲- مدار تشدید سری : شکل ۳ مدار RLC سری را نشان می دهد.



شکل ۳ مدار تشدید سری

بحثی که در مورد مدار تشدید موازی انجام گرفت در مورد این مدار نیز صادق است. تنها باید توجه داشت که در مدارهای تشدید سری ، ولتاژ مقاومت بعنوان خروجی و ولتاژ مولد سیگنال بعنوان ورودی معرفی می گردد. بدلیل این تشابه و حاکم بودن خاصیت دوگانی ، محاسبه فرکانس تشدید، پهنای باند و ضریب کیفیت را برای مدارهای تشدید سری تکرار نموده و تنها بذکر نتایج اکتفا می کنیم. در مدار تشدید سری داریم :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad , \quad \alpha = \frac{R}{2L} \quad , \quad BW = 2\alpha = \frac{R}{L}$$

$$Q = \frac{\omega_0}{2\alpha} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

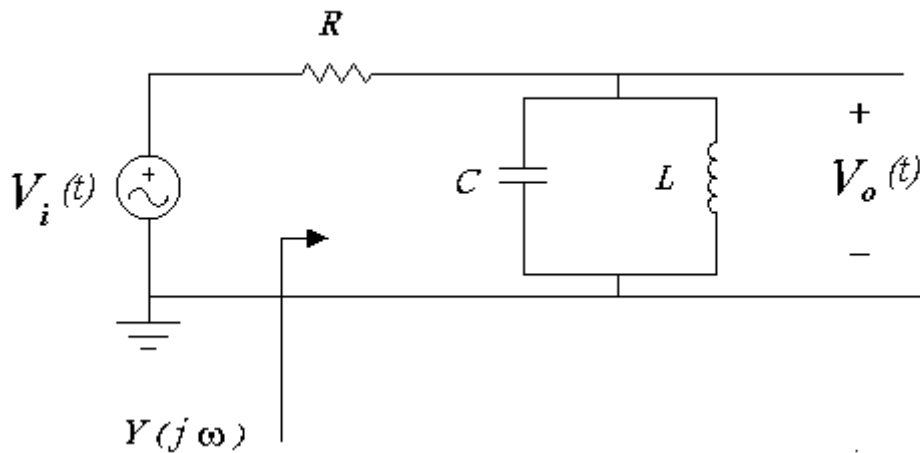
$$H_2(j\omega) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{R}{Z(j\omega)} = \frac{1}{1 + jG(L\omega - \frac{1}{C\omega})}$$

$$|H_2(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + G^2(L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}, \quad \angle H_2(j\omega) = -\tan^{-1} G(L\omega - \frac{1}{C\omega})$$

ب) کار در آزمایشگاه :

قسمت ۱ :

۱-۱) مدار شکل ۴ را با $R=10K\Omega$ و $L=10mH$ و $C=2.2nF$ ببندید.*



شکل ۴ مدار تشدید موازی معادل

۱-۲) خروجی مولد سیگنال را یک موج سینوسی با دامنه ۴ ولت انتخاب نموده و به کانال ۱ اسیلوسکوپ متصل نمایید.

۱-۳) ولتاژ دو سر سلف و یا خازن را بعنوان خروجی مدار به کانال ۲ اسیلوسکوپ متصل نمایید.

۱-۴) با تغییر فرکانس مولد سیگنال مطابق جدول ۱، دامنه خروجی و اختلاف فاز ولتاژهای ورودی و خروجی را در فرکانسهای مختلف اندازه گیری نموده و در جدول ۱ ثبت نمایید.**

* علت جایگزینی مدار شکل ۱، توسط مدار شکل ۴، عدم دسترسی به منبع جریان در آزمایشگاه می باشد، از طرف دیگر محاسبه تابع شبکه مدار شکل ۴ نشان می دهد که توابع شبکه دو مدار یکسان بوده و بنابراین می توان از روابط مدار تشدید موازی برای مدار مورد بحث استفاده نمود.

** دامنه سیگنال ورودی در تمام فرکانسها باید ثابت باقی بماند. ضمناً به تاخیر یا تقدم فاز خروجی نسبت به ورودی توجه نموده و در جدول با علامت (+) تقدم فاز و با علامت منفی (-) تاخیر فاز را مشخص نمایید.

۱-۵) نتایج تئوریک لازم در جدول ۱ را با استفاده از روابط دامنه و فاز $H_1(j\omega)$ محاسبه و در جدول وارد کنید.

۱-۶) با تغییر پیوسته فرکانس مولد سیگنال در فرکانسهای بالاتر از 50KHZ، شکل موج خروجی مدار را مشاهده کنید. آیا پدیده غیر قابل انتظاری مشاهده می‌کنید؟ در صورت مشاهده پدیده‌های مذکور علت را شرح دهید.

۱-۷) ضمن ثابت نگه داشتن دامنه سیگنال ورودی، در فرکانس تشدید، دامنه سیگنال خروجی مدار را اندازه‌گیری نمایید

فرکانس مولد سیگنال (KHZ)	نتایج آزمایش			نتایج تئوریک		
	V_o	$H_1(j\omega)$	$H_1(j\omega)$	V_o	$H_1(j\omega)$	$H_1(j\omega)$
0.5						
1						
5						
10						
20						
30						
32						
34						
35						
36						
38						
40						
45						
50						
70						
80						
90						
100						

جدول ۱

قسمت ۲:

۲-۱) مدار شکل ۳ را با $R=1K\Omega$ و $L=10mH$ و $C=2.2nF$ ببندید.

۲-۲) خروجی مولد سیگنال را یک موج سینوسی با دامنه ۴ ولت انتخاب نموده و به کانال ۱ اسیلوسکوپ متصل نمایید.

- ۲-۳) ولتاژ دو سر مقاومت را بعنوان خروجی مدار به کانال ۲ متصل نمایید.
- ۲-۴) با تغییر فرکانس مولد سیگنال مطابق جدول ۱، نتایج آزمایش را در جدولی مشابه جدول ۱ (بنام جدول ۲) ثبت کنید. دامنه سیگنال ورودی در تمام فرکانسها باید ثابت باقی بماند.
- ۲-۵) نتایج تئوریک لازم در جدول ۲ را با استفاده از روابط دامنه و فاز $H_2(j\omega)$ محاسبه و در جدول وارد نمایید.
- ۲-۶) با تغییر پیوسته فرکانس مولد سیگنال در فرکانسهای بالاتر از 50KHZ، شکل موج خروجی مدار را مشاهده کنید. آیا پدیده غیر قابل انتظاری مشاهده می کنید؟ در صورت مشاهده پدیده‌های مذکور علت را شرح دهید.
- ۲-۷) ضمن ثابت نگه داشتن دامنه سیگنال ورودی، در فرکانس تشدید، دامنه سیگنال خروجی مدار را اندازه گیری نمایید.

ج) سوالات :

- ۱- جدول ۱ را تکمیل نموده و با توجه به اطلاعات مندرج در آن، منحنی تغییرات دامنه و فاز $H_1(j\omega)$ را برحسب فرکانس روی کاغذ میلیمتری ترسیم نمایید. با توجه به نتایج تئوریک مندرج در جدول مذکور، که از روابط مربوط به دامنه و فاز $H_1(j\omega)$ بدست آورده‌اید، منحنی‌های مربوط به نتایج تئوریک را روی منحنی‌های حاصل از آزمایش ترسیم کنید.
- ۲- بکمک منحنی‌های ترسیم شده، فرکانسهای قطع، پهنای باند و ضریب کیفیت را بدست آورده و با مقادیر تئوریک متناظر مقایسه کنید. در صورت وجود اختلاف علت را بیان کنید.
- ۳- جدول ۲ را تکمیل نموده و مانند بخش ۱، منحنی‌های مربوطه را ترسیم کنید.
- ۴- با استفاده از منحنی‌های ترسیم شده، در بند ۳، فرکانسهای قطع، پهنای باند و ضریب کیفیت را بدست آورده و با مقادیر تئوریک متناظر مقایسه کنید. در صورت وجود اختلاف، علت را بیان نمایید.
- ۵- نتیجه و توضیح خواسته شده در بند ۶-۱
- ۶- دامنه سیگنال خروجی مدار، در بند ۷-۱ چقدر است؟ با توجه به اینکه در فرکانس تشدید، ترکیب موازی خازن و سلف بصورت اتصال باز عمل می‌کنند، به چه دلیل دامنه سیگنال خروجی در مدار شکل ۴ برابر دامنه ورودی آن در فرکانس تشدید نیست؟

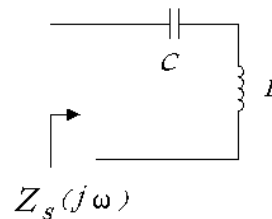
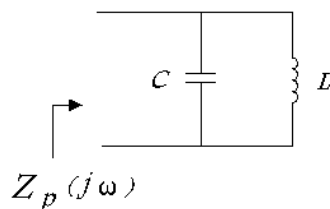
۷- نتیجه و توضیح خواسته شده در بند ۶-۲

۸- دامنه سیگنال خروجی مدار ، در بند ۷-۲ چقدر است ؟ با توجه به اینکه در فرکانس تشدید ترکیب سری خازن و سلف بصورت اتصال کوتاه عمل می کنند، به چه دلیل دامنه سیگنال خروجی در مدار شکل ۳ برابر دامنه ورودی آن در فرکانس تشدید نیست؟

۹- به سئوالات زیر پاسخ دهید :

۹-۱) بحث انجام شده در مورد مدار تشدید موازی را برای مدار تشدید سری تکرار نموده و نتایج مندرج در بخش ۲ تئوری را بدست آورید.

۹-۲) امپدانس مدارهای LC سری و موازی (اشکال زیر) را بنویسید. مقدار هر یک از دو امپدانس مذکور در فرکانسهای تشدید چقدر است ؟



۹-۳) تحت چه شرایطی در یک مدار تشدید سری و در فرکانس تشدید ، دامنه ولتاژ سلف یا خازن ، از دامنه ولتاژ مولد سیگنال بیشتر خواهد بود؟

۹-۴) در شکل زیر امپدانس $Z(j\omega)$ و فرکانس تشدید مدار را بدست آورید. مقدار $Z(j\omega)$ در فرکانس تشدید چقدر است ؟ با فرض $r=10\Omega$ و $L=10\text{mH}$ و $C=2\text{nF}$ مقدار $Z(j\omega)$ را در فرکانس تشدید محاسبه نمایید.

